

**ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е. Жуковского»**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ЦЕНТРАЛЬНЫЙ АЭРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
имени профессора Н.Е. Жуковского»  
(ФАУ «ЦАГИ»)**

«УТВЕРЖДАЮ»

Генеральный директор

ФАУ «ЦАГИ»

К.И. Сыпало

2026 года



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

по группе научных специальностей 1.1. «Математика и механика»

по научной специальности 1.1.9. «Механика жидкости, газа и плазмы»

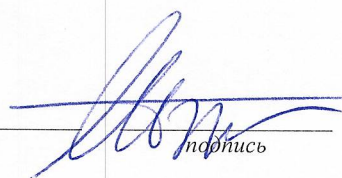
Уровень образования: высшее образование – подготовка научных  
и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Форма обучения – очная

Жуковский, 2026 г.

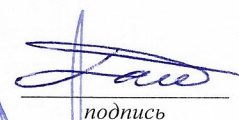
Программа сформирована на основании федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), утвержденных приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20.10.21 № 951 и номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, утвержденной приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24.02.21 № 118.

Разработчики программы: М.А. Брутян, д.ф.-м.н., доц.  
ФИО

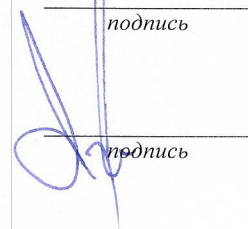
  
подпись

Согласовано:

Председатель научно-методического совета по аспирантуре  
А.М. Гайфуллин, д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

  
подпись

Первый заместитель генерального директора  
А.Л. Медведский, д.ф.-м.н., доц.

  
подпись

### **Область применения и нормативные ссылки:**

Программа вступительного испытания сформирована на основании федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), утвержденных приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20.10.21 № 951 и номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени, утвержденной приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 24.02.21 № 118.

### **Форма проведения испытания:**

Вступительное испытание по группе научных специальностей 1.1. «Математика и механика» проводится в виде собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы из содержания испытания в письменном виде.

Собеседование проводится с целью выявления у абитуриента объема научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре. Абитуриент должен показать профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, продемонстрировать умение вести научную дискуссию.

### **Структура испытания:**

Испытание состоит из ответов на вопросы в рамках программы вступительного испытания (экзамена) и собеседования по теме вступительного реферативного исследования.

### **Критерии оценки результатов испытания:**

| <b>Оценки</b> | <b>Критерии</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Отлично       | Даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы.<br><br>Реферат выполнен самостоятельно, в тексте отсутствуют неправомерные заимствования; в полной мере выявлена способность к академической работе; планируемая тематика актуальна и соответствует заявленной научной специальности; оформление соответствует требованиям |
| Хорошо        | 1. Даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы.<br>2. Ответы на вопросы даются полно, но логическая последовательность не всегда соблюдается.                                                                                                                                                             |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                     | Реферат выполнен самостоятельно, в тексте отсутствуют неправомерные заимствования; присутствуют незначительные замечания относительно способности к академической работе; планируемая тематика соответствует заявленной научной специальности                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Удовлетворительно   | <p>1. Даны в основном правильные ответы на вопросы.</p> <p>2. Ответы на вопросы даются в основном полно, но при слабом логическом оформлении высказываний.</p> <p>Реферат выполнен самостоятельно, в тексте присутствуют неправомерные заимствования в небольшом объёме; присутствуют значительные замечания относительно способности к академической работе; планируемая тематика соответствует заявленной научной специальности, но требует значительной корректировки; имеются замечания по оформлению</p> |
| Неудовлетворительно | <p>Слабое знание и понимание рассматриваемого вопроса, со значительными ошибками.</p> <p>Реферат не представлен или реферат выполнен не самостоятельно, в тексте присутствуют неправомерные заимствования в большом объёме; присутствуют значительные замечания относительно способности к академической работе; планируемая тематика не соответствует заявленной научной специальности; оформление не соответствует требованиям</p>                                                                          |

## СОДЕРЖАНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

### Вопросы к вступительному экзамену

#### I. ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

##### 1.1. Элементы линейной алгебры

1. Векторы и операции над ними. Векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность, базис векторного пространства.
2. Матрицы и операции над ними. Ранг матрицы. Определитель квадратной матрицы, его свойства. Формулы Крамера для решения систем линейных алгебраических уравнений.

3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), матричная запись СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальное решение системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
4. Линейное преобразование, матрица линейного преобразования. Преобразование координат. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Собственные векторы, собственные значения линейного преобразования.

## **1.2. Математический анализ**

1. Предел и непрерывность функций одной и нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на отрезке.
2. Производная и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции одной и нескольких переменных.
3. Экстремумы функции одной и нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
4. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о среднем. Интегрирование по частям. Основная формула интегрального исчисления. Несобственные интегралы.
5. Кратные интегралы и методы их вычисления. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Вычисление массово-инерционных характеристик двумерных и трехмерных областей.
6. Криволинейные интегралы и методы их вычисления. Длина кривой.
7. Элементы теории векторного поля: операторы дивергенции, градиента, ротора, поток векторного поля через поверхность. Теорема Остроградского-Гаусса, формулы Грина, Стокса.
8. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости (Даламбера, Коши, Гаусса). Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
9. Степенные ряды, радиус сходимости, теоремы Абеля. Действия над числовыми рядами. Ряды Тейлора для функции одной и многих переменных.
10. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Тригонометрические ряды Фурье.

## **1.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейное уравнение. Уравнения Бернулли, Клеро, Лагранжа. Общий, частный и особый интегралы уравнения.

2. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства линейного однородного дифференциального уравнения. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения.
3. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Принцип суперпозиции. Метод вариации постоянных.
4. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их решения.
5. Задача Коши и краевая задача для линейного дифференциального уравнения. Функция Грина краевой задачи.

#### **1.4. Уравнения математической физики**

1. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных второго порядка: уравнение колебаний струны; уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.
3. Задача Коши для уравнения струны, формула Даламбера. Ограниченная струна. Метод Фурье.
4. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных функций и собственных значений. Функция Грина.
5. Уравнение теплопроводности. Смешанная краевая задача. Принцип максимума.
6. Основные краевые задачи для уравнения Лапласа.
7. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

#### **1.5. Теория функции комплексного переменного**

1. Комплексные числа, комплексная плоскость, модуль и аргумент комплексного числа.
2. Элементарные функции комплексного переменного (линейная и дробно-линейная функции, экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем, функция Жуковского, тригонометрические и гиперболические функции).
3. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцируемость, производная, условия Коши-Римана. Понятие аналитичности функции.
4. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек.
5. Вычеты, их вычисление. Применение вычетов к вычислению интегралов.
6. Конформные отображения, реализуемые элементарными функциями

## **1.6. Вычислительная математика**

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования.
3. Простейшие квадратурные формулы. Формулы трапеций и Симпсона. Квадратуры Гаусса и оценка их погрешности.
4. Приближенные методы решения систем линейных уравнений: метод простой итерации решения, метод наискорейшего градиентного спуска.
5. Метод Ньютона решения нелинейных задач.
6. Методы Эйлера и Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
7. Приближенное решение краевой задачи: метод стрельбы решения, метод прогонки.
8. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
9. Простейшие разностные схемы для уравнений с частными производными. Применение принципа Куранта.

## **2. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

### **2.1. Кинематика и динамика точки**

1. Кинематика относительных движений.
2. Сложение ускорений.
3. Основные теоремы динамики точки.

### **2.2. Динамика системы**

1. Общие уравнения движения системы материальных точек.
2. Теоремы о движении центра инерции.
3. Внутренние и внешние силы.
4. Теорема количества движения. Теорема моментов количества движения. Теорема моментов в относительном движении по отношению к центру инерции.
5. Работа. Поле. Потенциальная энергия поля.
6. Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига.
7. Закон сохранения энергии.

### **2.3. Некоторые специальные вопросы**

1. Реактивное движение.
2. Малые колебания с одной степенью свободы – период, частота, фаза и амплитуда.

3. Вынужденные колебания и резонанс.
4. Понятие об устойчивости равновесия и движения.

#### **2.4. Основы аналитической динамики**

1. Связи и их классификация. Обобщенные координаты.
2. Принцип Даламбера.
3. Принцип возможных перемещений и его применение.
4. Уравнения Лагранжа второго рода.

### **3. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

#### **3.1. Основные законы движения идеальной жидкости и газа**

1. Физические свойства жидкостей и газов. Характеристики атмосферы. Уравнение неразрывности и уравнения Эйлера. Функция тока и потенциал. Основные законы вихревых движений жидкости.
2. Уравнения движения в форме Громека-Ламба. Интегрирование уравнений Эйлера». Теоремы Томсона и Гельмгольца. Закон Био-Савара.
3. Простейшие течения несжимаемой жидкости (источник, сток, диполь, вихрь, круговой цилиндре циркуляцией).
4. Применение конформных преобразований. Комплексные потенциалы простейших течений Функция Жуковского.
5. Распространение возмущений в потоке газа. Основные законы обратимых адиабатических течений газа. Критическое число Маха.
6. Возникновение и развитие кавитации. Развитое кавитационное течение Кавитационное обтекание плоской пластины.
7. Критическая скорость. Уравнение Бернулли для сжимаемой жидкости.
8. Прямые и косые скачки уплотнения. Ударная поляра, невозможность существования скачков разрежения. Течение в сопле Лавала.
9. Звуковые волны в газах, волновое уравнение. Уравнение плоской звуковой волны Уравнение сферической волны. Интерференция и дифракция волн. Течение Прандтля-Майера.

#### **3.2. Обтекание тел**

1. Силы и моменты, действующие на профиль, в потенциальном потоке Теорема Жуковского о подъемной силе. Условие Чаплыгина-Жуковского для задней кромки. Теория тонкого профиля в несжимаемой жидкости.
2. Вихревая системы крыла и индуктивное сопротивление. Основы теории крыла конечного размаха. Интегро-дифференциальное уравнение крыла конечного размаха. Крыло минимального индуктивного сопротивления Влияние границ потока на аэродинамические характеристики крыла.

3. Влияние сжимаемости воздуха на аэродинамические характеристики профиля и крыла конечного размаха при дозвуковых скоростях. Критическое число М. Эффект скольжения и стреловидности.
4. Клиновое тело в сверхзвуковом потоке. Линейная теория тонкого профиля и тела вращения при сверхзвуковых скоростях Основные понятия теории крыла конечного размаха в сверхзвуковом потоке.
5. Аэродинамические трубы. Измерение сил и давления, визуализация. Критерии подобия.
6. Свойства газа при высоких температурах (диссипация, ионизация, излучение газа).

### 3.3. Вязкость и пограничный слой

1. Уравнения Навье-Стокса. Законы подобия. Течения при малых числах Рейнольдса. Уравнения пограничного слоя. Интегральное соотношение Кармана. Ламинарный слой на плоской пластинке. Влияние градиента давления на течение в пограничном слое. Отрыв потока.
2. Основные законы турбулентного движения жидкости. Течение в трубах. Степенные и логарифмические законы. Турбулентное течение пластинки Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный.
3. Кризис обтекания. Влияние сжимаемости на трение (экспериментальные данные). Причины нагревания тел при больших скоростях. Понятие о различных способах распространения тепла (теплопроводность, конвекция излучение). Понятие о коэффициенте восстановления и коэффициенте теплопередачи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика; под ред. И.А. Кибеля. – 4-е издание, перерад. и доп. – М.: Физматлит, 1963, 728 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973, 848 с.
3. Мартынов А.К. Прикладная аэродинамика; учебное пособие для авиац. вузов. – М.: Машиностроение, 1972, 447 с.
4. Брутян М.А. Основы трансзвуковой аэродинамики. – М.: Наука, 2017, 176 с.
5. Брутян М.А., Вышинский В.В., Ляпунов С.В. Основы дозвуковой аэродинамики. – М.: Наука, 2021, 269 с.
6. Брутян М.А., Волков А.В., Вышинский В.В. Основы вычислительной аэродинамики. – М.: Наука, 2024, 355 с.
7. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – М.: Физматлит, 1960, 296 с.
8. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Теоретическая механика, ч. 1 Кинематика, 288 с.; ч. 2 Динамика, 456 с. – Москва, Ленинград 1932, 1933.

9. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2. М.: Физматлит, 2001.
10. Кудрявцев Л.Д. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1, 2. М.: Наука, 1981.
11. Дубровин В.Т. Теория функций комплексного переменного. Учебное пособие. Казань, Казанский гос. университет, 2010, 102 с.

### **Требования к вступительному реферату**

Реферат по теме планируемого научного исследования в рамках избранной научной специальности должен давать развернутое представление о проблематике будущей диссертации и соответствовать паспорту научной специальности. Тема реферата формулируется как рабочая тема будущей диссертации.

Тема вступительного реферата абитуриента должна соответствовать:

- группе научных специальностей;
- научной специальности программы аспирантуры;
- сфере научных интересов абитуриента.

Вступительный реферат должен быть написан абитуриентами самостоятельно, обладать внутренним единством, содержать научные проблемы и положения, выдвигаемые для последующей научно-исследовательской деятельности.

Реферат для поступления в аспирантуру выполняется в объеме от 20 страниц А4 с полями 3 см. с левого края, 1,5 см. с правого края, по 2 см. сверху и снизу листа. Выравнивание по ширине. Интервал - 1,5, кегль - 14, шрифт - TimesNewRoman, отступ абзаца - 1 см.

#### **Цель написания реферата:**

- показать, что поступающий в аспирантуру имеет необходимые теоретические и практические знания по выбранному направлению научной деятельности;
- продемонстрировать соответствующий уровень владения основами научной методологии;
- продемонстрировать наличие самостоятельного исследовательского мышления.

#### **Структура реферата:**

- Содержание.
- Аннотация.

- Введение (не более 3-4 страниц). Во введении необходимо обосновать выбор темы, ее актуальность, очертить область исследования, объект и предмет исследования, основные цели и задачи исследования.

- Основная часть состоит из 2-3 разделов. В них раскрывается суть исследуемой проблемы, проводится обзор литературы по предмету исследования, в котором дается характеристика степени разработанности проблемы и авторская аналитическая оценка основных теоретических подходов к ее решению. Изложение материала не должно ограничиваться лишь описательным подходом к раскрытию выбранной темы. Оно также должно содержать собственное видение рассматриваемой проблемы и изложение собственной точки зрения на возможные пути ее решения.

- Заключение (1-2 страницы). В заключении кратко излагаются методы дальнейшего исследования, а также предполагаемые научные результаты.

- Список использованной литературы (не меньше 15 источников). Список использованных источников оформляется в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 и содержит сведения об источниках, использованных при подготовке реферата. Ссылки на литературу по тексту оформляются в форме постраничных сносок (предпочтительнее) или с указанием в квадратных скобках номера источника в списке литературы и цитируемой страницы (например, [12, с. 352]). В список использованной литературы рекомендуется включать работы отечественных и зарубежных авторов, в том числе статьи, опубликованные в научных журналах в течение последних 3-х лет.

- Приложение (при необходимости).

**Поступающий представляет вступительный реферат на бумажном носителе приемной комиссии не позднее 5 рабочих дней до даты первого вступительного испытания в аспирантуру.**

**ФГБУ «НИЦ «Институт имени Н.Е.Жуковского»**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**«ЦЕНТРАЛЬНЫЙ АЭРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
**имени профессора Н.Е. Жуковского»**  
**(ФАУ «ЦАГИ»)**

**Реферат**

на тему:

**МЕТОДЫ ОСЛАБЛЕНИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА КРЫЛЬЯХ ДО-  
ЗВУКОВЫХ САМОЛЕТОВ В ЭКСПЛУАТАЦИОННОМ ДИАПАЗОНЕ  
СКОРОСТЕЙ**

**Группа научных специальностей:** 1.1. «Математика и механика»

**Научная специальность:** 2.5.12. «Аэродинамика и процессы теплообмена  
летательных аппаратов»

Автор:

Инженер НИО-2

Петров Петр Петрович

Научный руководитель:

Зам. начальника НИО-2,

д.ф.-м.н., проф.

Иванов Иван Иванович

Жуковский 2026

# Лист регистрации изменений

| №<br>п/п | Содержание изменения | Реквизиты доку-<br>мента об утвержде-<br>нии изменения | Дата вве-<br>дения из-<br>менения |
|----------|----------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------|
|          |                      |                                                        |                                   |
|          |                      |                                                        |                                   |
|          |                      |                                                        |                                   |
|          |                      |                                                        |                                   |
|          |                      |                                                        |                                   |